

# מאה שנה למהפכה הנודעת-פחות של איינשטיין:

## מריקוד אבקת הפרחים לאטומים ובחזרה

התמורה הגדולה שעברה הפיזיקה במאה העשרים נשענת על שלוש רגליים מהפכניות. שתיים מהן ידועות היטב לציבור: תורת היחסות ותורת הקוונטים. המהפכה השלישית - הפיזיקה הסטטיסטית - זכתה ליחסי ציבור מוצלחים פחות, למרות שמבין השלוש היא זו הנוגעת בחיי היומיום שלנו ביותר

**מאת: חיים דימנט ודוד אנדלמן**

ומהפכת המחשוב שבאה אחר כך. דבר מפליא הוא, שאלברט איינשטיין בהיותו בן 26 תרם תרומות מכריעות לכל אחת משלוש המהפכות, ושלוש התרומות התפרסמו באותה שנה מופלאה (annus mirabilis, 1905). במאמר זה נתמקד בתרומתו למהפכה השלישית, זו של הפיזיקה הסטטיסטית, ובהשלכות מרחיקות הלכת של תרומה זו על תחומי מדע מגוונים בימינו אנו.

### התנגשות בין שתי גישות

כדי להעריך נכונה את הנסיבות אל תוכן הוטל מאמרו המהפכני של איינשטיין ב-1905, עלינו להבין, כי בתחילת המאה העשרים לא הייתה התפישה לפיה יש לתאר את החומרים כמורכבים מאטומים או מולקולות בגדר מובן מאליו. להיפך: זה היה סלע

הפיזיקה הסטטיסטית - המהפכה השלישית של הפיזיקה של המאה ה-20 - היא התורה המאפשרת לנו לקשר בין תכונותיהן של מערכות רבות-מרכיבים (למשל, הנייר או הצג מהם אתם קוראים עתה) לבין תכונות המרכיבים המיקרוסקופיים עצמם, יחסי הגומלין שביניהם ומגעם עם הסביבה. זו התורה העומדת מאחורי הבנתנו מדוע חומרים נמצאים במצבי צבירה שונים, כיצד הם עוברים ממצב צבירה אחד לאחר, מה קובע את תכונותיהם האלסטיות, התרמיות, החשמליות או המגנטיות, וכיצד משפיעים על כל אלה גורמים כמו טמפרטורה ולחץ. לדוגמה, הפיזיקה הסטטיסטית (כמו גם תורת הקוונטים) היא מרכיב חיוני בהסבר התכונות החשמליות של מוצקים, ומכאן גם בפיתוח המוליכים-למחצה





## העולם המיקרוסקופי והעולם המאקרוסקופי

כשאנו מסתכלים בכוס מים או בחתיכת מתכת אנו מתבוננים (ללא הבחנה) במספר עצום של אטומים ומולקולות. בליטר מים, למשל, יש כ-  $10^{25}$  מולקולות מים! נהוג להגדיר גודל המכונה מספר אבוגדרו (על שם הכימאי האיטלקי Amedeo Avogadro) כמספר המולקולות בדוגמת חומר, שמשקלה בגרמים הוא כמשקל המולקולרי של החומר (למשל, מספר המולקולות ב-18 גרם של מים). מכיוון שמספר זה הוא כה גדול ( $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ ), אפשר לחשוב על מערכות מאקרוסקופיות כעל רצף שאינו בנוי מיחידות בסיס. לעומת זאת, כאשר אנו מתבוננים בעולם המיקרוסקופי בסקאלות אורך של ננומטר ומטה (ננומטר אחד שווה למיליארדית;  $10^{-9}$  המטר), התיאור האטומיסטי הכרחי, מכיוון שגודל של אטומים ומולקולות קטנות הוא כעשירית הננומטר. כאן בפרוש העולם מתואר באמצעות יחידות בדידות - אטומים - ולא רצף.



המחלוקת בין שתי אסכולות שהתעמתו בלהט. מצד אחד עמדה אחת מגולות הכותרת של הפיזיקה במאה התשע-עשרה - התרמודינמיקה - אשר סיפקה תיאור מדויק להתנהגותם של חומרים מאקרוסקופיים תוך התייחסות אליהם כאל רצף, ולא כאל אוסף של חלקיקים בדידים. התרמודינמיקה היא תורה דטרמיניסטית, המנבאת בוודאות כיצד יגיב החומר לשינויי טמפרטורה או לחץ, מתי ישנה את מצב הצבירה שלו וכדומה. ניבוייה של התרמודינמיקה אושרו בדיוק רב בניסויים רבים שנערכו במאה התשע-עשרה.

בצד השני עמדו עבודותיהם של Ludwig Boltzmann האוסטרי ו-James Clerk Maxwell הבריטי - מאבות הפיזיקה הסטטיסטית ומחשובי המדענים במאה ה-19. בעבודותיהם על "התורה המולקולרית-קינטית של חום" - כפי שנקראה אז הפיזיקה הסטטיסטית - הם גרסו כי התכונות המאקרוסקופיות של חומרים ניתנות להיגזר כתוצאות סטטיסטיות מן התנועה ויחסי הגומלין של מספר עצום (מסדר גודל של מספר אבוגדרו) של חלקיקים בדידים. תורה זו איננה דטרמיניסטית ומתייחסת אל תכונותיהם הנמדדות של חומרים (למשל, לחץ או צפיפות)

כאל גדלים סטטיסטיים בעלי ממוצע, סטיות מן הממוצע וכדומה.

למרות הצטברות עדויות משכנעות כבר במאה ה-19, בעיקר מתחום הכימיה, לכך שכל החומרים מורכבים מחלקיקים בדידים, מולקולות, ואלה מורכבות מחלקיקים בסיסיים יותר, אטומים, חלק ניכר מן המדענים בסוף המאה התשע-עשרה ותחילת המאה העשרים, ובראשם הפיזיקאים ארנסט מאך (Mach) האוסטרי (שעל שמו קרויה מהירות הקול, וראו גליליאו 83 עמ' 68) ווילהלם אוסטוואלד (Ostwald) הגרמני, דבקו בתורת הרצף והתרמודינמיקה כגישה הנכונה היחידה לתיאור התנהגותם של חומרים מאקרוסקופיים. לגרסתם, לא רק שלא ניתן כלל לצפות באטומים, אלא, מאחר שבתיאור התנהגותם של חומרים אנו מתעניינים בתכונות מאקרוסקופיות בלבד (כגון נפח, לחץ, צפיפות), הרי שאין כל צורך או טעם בתורה אטומית! על כך העיר אחר-כך Jean Perrin, האיש שאישר בניסוי את תחזיותיו של איינשטיין, כי "קשה מאוד להבין גישה זו, שכן מה שאיננו נגיש כיום יכול להיות נגיש מחר... והנחות קוהרנטיות ביחס למה שהוא עדיין בגדר בלתי-נראה עשויות לשפר את הבנתנו ביחס לנראה."

כיום אנו יודעים כי שתי התורות אינן מתנגשות זו בזו, והמדענים גורסים כי חוקי התרמודינמיקה אינם אלא תוצאה מאקרוסקופית של חוקי הפיזיקה הסטטיסטית. מעניין לציין כי שרידי הדו-הערכיות הזו עדיין חיים וקיימים. הם משתקפים, למשל, בתוכניות הלימודים ובספרי הלימוד לתואר ראשון בפיזיקה וכימיה - בעוד שבחלק מן האוניברסיטאות לומדים הסטודנטים את חוקי התרמודינמיקה והפיזיקה הסטטיסטית בקורס מאוחד, אוניברסיטאות אחרות מעדיפות עדיין ללמד את שתי התורות כשני תחומים נפרדים.

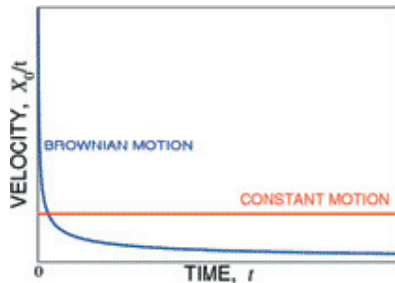
לסיפור אישושה של התמונה האטומית של החומר, ושל התורה הסטטיסטית המתארת אותה, יש היסטוריה של כמעט 200 שנה. הסיפור מתחיל מכיוון מפתיע - לא מפיזיקה או כימיה, אלא מבוטניקה דווקא, וזאת כ-80 שנה לפני עבודתו של איינשטיין...

## ריקוד אבקת הפרחים של בראון

בתחילת המאה ה-19 פרח מדע הבוטניקה ומשלחות רבות, בעיקר בריטיות, חזרו מכל קצוות תבל עם מגוון עצום של מינים חדשים של צמחים. בשנת 1827 התבונן רוברט בראון (Brown), אחד הבוטנאים המובילים בבריטניה ובעולם באותה עת, מבעד למיקרוסקופ שלו בתרחיף במים של גרגרי אבקה של פרחים.



איור 1: דוגמה למהלך אקראי בראוני בן 100 צעדים במישור, אשר התקבל בעזרת סימולציית מחשב. החץ הכחול מחבר את נקודת ההתחלה עם נקודת הסיום. שימו לב כמה קטן אורכו של החץ ביחס לאורך המסלול כולו. אם אורך הצעד הוא  $a$ , הרי שהמהלך כולו אורכו  $100a$ . לעומת זאת, אם נייצר מהלכים רבים דוגמת זה שבתמונה ונחשב את הממוצע של אורך החץ, נקבל אורך של כ- $10a$  בלבד.



איור 2: מהירותו הממוצעת של חלקיק היא היחס בין המרחק  $X$  לבין משך הזמן  $t$  שנדרש לעבור מרחק זה. באיור אנו משרטטים בקו אדום מהירות קבועה כפונקציה של הזמן. עבור חלקיק בראוני, לעומת זאת, נקבל מהירות ממוצעת מתכונתית ל- $1/\sqrt{t}$ , כפי שמודגם בעקום הכחול. משמע, שכל שנמדוד את המהירות על-פני פרקי זמן קטנים יותר ויותר, תלך המהירות ותגדל לאין שיעור! עובדה ניסויית זו הביכה את המדענים שחקרו את התנועה הבראונית לפני תורתו של איינשטיין.

## העולם המיקרוסקופי והעולם המזוסקופי

חשוב להזכיר שוב את הממדים הרלוונטיים. בראון הסתכל בחלקיקים בגודל של מיקרומטרים באמצעות מיקרוסקופ אופטי. חלקיקים בגודל מיקרומטרי גדולים פי 10,000 מגודל של אטומים - אי אפשר כמובן לראות אטומים במיקרוסקופ אופטי. חלקיקים בגודל המיקרומטרי והתת-מיקרומטרי (עד לננומטרים בודדים) שייכים לעולם המזוסקופי - עולם שמכיל עד מאות מיליארדים (אבל לא מספר אבוגדרו) של אטומים ומולקולות. הפיזיקה הנווסקופית והמזוסקופית נמצאת היום בחזית המחקר המדעי. ראוי לצטט את המדען Wolfgang Ostwald, שכבר לפני 100 שנה אמר כי "העולם המזוסקופי הוא עולם המימדים הזנוחים".

להפתעתנו לא עמדו הגרגרים במנוחה אלא נעו ללא הרף בריקוד אקראי אינסופי. תחילה סבר בראון כי הגרגרים חיים! אולם בפקחותו וזהירותו ניסה לצפות בחלקיקים בעלי גודל דומה (כמה מיקרומטרים, כלומר אלפיות המילימטר) העשויים מחומר אי-אורגני כגון אבק או פית. גם חלקיקים אלה רקדו וריקוד דומה. היה ברור, אפוא, כי תנועה זו, שנקראה לאחר מכן תנועה בראונית, איננה תופעה ביולוגית אלא פיזיקלית.

התנועה הבראונית נותרה ללא הסבר מספק במשך עשרות שנים. הראשון שהעלה את הסברה כי היא קשורה לאופי החלקיקי הבדיד של הנוזל המקיף את הגרגרים, כלומר לתנועה תרמית של מולקולות המים והתנגשויותיהן עם הגרגרים, היה המדען הבלגי Joseph Delsaux ב-1877, והראשון שניסה לבחון סברה זו ביסודיות היה הפיזיקאי הצרפתי Louis Gouy ב-1888. הראה כי קצב התנועה הבראונית עומד ביחס הפוך לצמיגות הנוזל בו מרחפים הגרגרים. אולם היה זה אלברט איינשטיין שניסח לראשונה תיאוריה שלמה של התופעה. יתרה מזאת, הוא הבין את חשיבותה כאבן בוחן ניסויית, אשר ניתנת למדידה במיקרוסקופ פשוט, לתקפותה של הפיזיקה הסטטיסטית.

## המאמר של איינשטיין על התנועה הבראונית

בשנת 1905, אותה שנה בה פרסם איינשטיין את עבודותיו הנודעות על תורת היחסות ועל התורה הקוונטית של האור (האפקט הפוטואלקטרי), התפרסם מאמר נוסף שלו שכותרתו: "על תנועתם של חלקיקים קטנים המרחפים בנוזל ניח כמתחייב מהתורה המולקולרית-קינטית של חום". בפתחת המאמר מעיר איינשטיין בזהירות אופיינית לו, כי ייתכן שהתנועה בה הוא דן זהה לתנועה הבראונית. אולם מעבר להסבר התנועה הבראונית, איינשטיין היה מודע לגמרי למשמעות העמוקה האמיתית של עבודתו: "אם ניתן יהיה לראות את התנועה הנדונה כאן (יחד עם החוקים הקשורים אליה), אזי לא ניתן יהיה להתייחס יותר אל התרמודינמיקה הקלאסית כתקפה [במובן זה שאיננה מספקת אלא תיאור חלקי] אפילו עבור גופים בעלי ממדים [גדולים דיים] הניתנים להבחנה במיקרוסקופ: קביעה מדויקת של הממדים האטומיים תהא אז אפשרית. מאידך, אם הניבוי של תנועה זו יוכח כשגוי, או-אז יספק הדבר טיעון כבד-משקל כנגד התפישה המולקולרית-קינטית של חום."

מכיוון שלא ניתן לראות אטומים (בזמנו של איינשטיין) - הם פשוט קטנים ומהירים מדי - אולי ניתן יהיה להקיש על קיומם





מאה שנה למהפכה

מופיעה ביחס זה. המקדם ביחס איינשטיין כולל שני קבועים: קבוע הגזים  $R$  ומספר אבוגדרו  $N_A$ . יחס איינשטיין סיפק, אפוא, דרך ישירה למדידת מספר אבוגדרו מתוך תצפיות על תנועת חלקיקים בראוניים, כפי שיתואר בחלק הבא.

### ההוכחה הניסיונית של PERRIN לתמונה האטומית

מכיוון שבתחילת המאה ה-20 אי אפשר היה "לראות" אטומים ומולקולות, היו חייבים המדענים להקיש על קיומם מתופעות פיזיקליות, הניתנות למדידה בסקאלות אורך מאקרוסקופיות או מזוסקופיות, אך שהסברן קשור באופן הדוק ל"מציאות האטומית" - כלומר למספר עצום ( $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ ) של יחידות בסיס בדידות מהן בנוי החומר.

גם לפני עבודותיו של איינשטיין היו הערכות ניסיוניות של מספר אבוגדרו, אך רק לאחר פרסום עבודתו בשנת 1905 נערכו מספר ניסויים (בעיקר בשנים 1908-1911) שבהם נמדד  $N_A$  בדיוק רב. מכל הניסויים הללו ראוי לציין במיוחד את עבודותיו של המדען הצרפתי Jean Perrin כהוכחה הניסיונית האולטימטיבית לתורתו של איינשטיין על התנועה הבראונית, ובעצם, כהוכחה לקיומם של אטומים ומולקולות (ראו מסגרת).

על עבודתו זו זכה Perrin בפרס נובל לפיזיקה בשנת 1926. מכיוון שאין אפשרות למדוד ישירות תנועה בראונית בסקלות אטומיות, Perrin השתמש בתרחיף של גרגרי אבקה שהופקו מעץ המסטיק (Gamboge), בעלי צורה כדורית וגודל מיקרומטרי. ניתן לייצר תרחיף של חלקיקים כאלה בנוזל ולבחון את תנועתם בהגדלה של מיקרוסקופ אופטי. מניתוח מדויק של מסלולי החלקיקים הצליחו Perrin ועמיתיו לאשר באורח ניסוי את חוק חזקת החצי של התנועה הבראונית - כלומר, את העובדה שהמרחק האופייני שעובר החלקיק גדל לפי שורש הזמן.

בנוסף - וזאת הייתה גולת הכותרת של ניסויים מהפכניים אלה - הצליח Perrin לקבל הערכה מדויקת למדי של מספר אבוגדרו,  $N_A$  שהתאימה להפליא להערכות שהתקבלו מתופעות פיזיקליות שונות בתכלית - החל מקרינה תרמית של גופים חמים, דרך פיזור Rayleigh של קרינת השמש על-ידי האטמוספירה (האפקט הגורם לצבעם הכחול של השמיים), וכלה ברדיואקטיביות.

תוצאות אלה הביאו כבר בשנת 1909 לאישוש סופי, גם בעיני גדולי הספקנים, של תקפות התמונה האטומית ולסתירת הגולל על אחת המחלוקות הטעונות בתולדות הפיזיקה. לפני שנעבור אל ההשלכות מרחיקות-הלכת של מאמרו של



איור 3: תיאור סכימטי של מולקולת פוליאתילן המכילה 50 יחידות-בסיס (מונומרים). פולימרים שכאלה עשויים להכיל מספר גדול בהרבה של מונומרים. כאשר הם מומסים בתמיסה דלילה, הסטטיסטיקה של התצורות האפשריות שלהם שקולה לזו של מהלך אקראי שאינו חותך את עצמו.

על ידי שימוש בחוקי הפיזיקה הסטטיסטית עבור חלקיקים שאפשר לראותם? איינשטיין הניח שחלקיק בראוני בנוזל מתנהג כמו אטום גדול מאוד שנמצא בשיווי משקל עם הנוזל סביבו. על הנוזל אפשר לחשוב כעל אוסף של חלקיקים קטנים הרבה יותר, הנעים אקראית ומתנגשים ללא הרף זה עם זה וגם עם החלקיק הגדול. החלקיק הגדול מבצע תנועה בראונית, או תנועת דיפוזיה (פעפוע), בתוך התווך הנוזלי כתוצאה מההתנגשויות התכופות עם קבוצות גדולות של חלקיקי הנוזל. תהליכי פעפוע בתווך רציף (למשל, כאשר מים ותמיסת מלח מתערבבים זה בזה) היו ידועים למדענים כבר במאה ה-19. איינשטיין הראה במאמרו שניתן לקשור במדויק בין תהליכי דיפוזיה כאלה לבין מהלכים אקראיים של חלקיקים בודדים (ראו מסגרת).

איינשטיין הראה שחלקיק מיקרומטרי, הנע בהשפעת דחיפות אקראיות מחלקיקי הנוזל שסביבו, יקיים חוק סטטיסטי לפיו המרחק שיעבור יגדל רק כשורש של הזמן,  $X_0 = \sqrt{6Dt}$  (ראו מסגרת). המקדם בקשר זה,  $D$ , נקרא מקדם הדיפוזיה. עבור חלקיק בעל קוטר של מיקרון במים  $D \approx 4 \times 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{sec}$ . פירוש הדבר הוא שבמשך שנייה אחת מתקדם החלקיק מרחק אופייני של  $X_0 = \sqrt{6Dt} \approx 1.6 \text{ micron}$ , כלומר מרחק הדומה לקוטר.

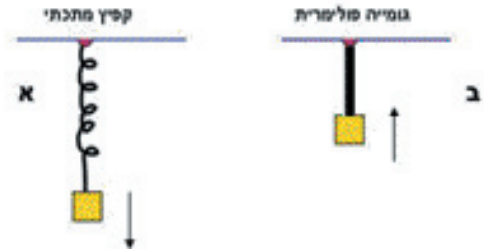
אבל כיצד נחשב את מקדם הדיפוזיה של החלקיק? גם כאן תרם איינשטיין תרומה מכרעת כאשר הראה שמקדם הדיפוזיה תלוי ביחס בין הטמפרטורה  $T$  לבין מקדם החיכוך  $\gamma$  שבין החלקיק לנוזל,

$$D = \frac{R T}{N_A \gamma} \propto \frac{T}{\gamma}$$

תוצאה מופלאה ואלגנטית זו נקראת עד היום יחס איינשטיין. מקדם החיכוך  $\gamma$  תלוי בגודל החלקיק הבראוני ובמקדם הצמיגות של הנוזל, אך מהירותו של החלקיק, באורח פלא, אינה



איור 4: (א) - קפיץ מתכתי תחת מאמץ של משקולת. בהשפעת חימום קשיחותו של הקפיץ תפחת והמשקולת תגרום לו, אפוא, להתארך. (ב) - גומייה פולימרית תחת אותו מאמץ. בהשפעת חימום הגומייה תתקשה ותתכווץ.



איינשטיין על המחקר בן-זמננו, הבה נסכם את שלוש תרומותיו המרכזיות:

- **מתן הסבר ממצה לתנועה הבראוונית.** ההסבר התבסס על ניתוח של מהלכים אקראיים והראה כי המרחק אותו עובר חלקיק בראוני גדל עם שורש הזמן. תיאור מהפכני זה של תנועה אקראית סלל את הדרך לתחום מדעי שלם של ניתוח מהלכים ואותות אקראיים.
- **אישוש התמונה האטומית.** המודל של איינשטיין חייב התייחסות אל הנוזל המקיף את החלקיק לא כאל תווך רציף אלא כמורכב ממולקולות. איינשטיין אף הראה כי ניתן למדוד את מספר אבוגדרו ישירות ממאפייני התנועה הבראוונית.
- **הקשר בין תנועה אקראית לחיכוך.** במאמרו הוכיח איינשטיין את קיומו של קשר עמוק (יחס איינשטיין) בין מקדם הדיפוזיה לבין הטמפרטורה ומקדם החיכוך. לקשר זה בין תנודות אקראיות (תופעה מיקרוסקופית) לבין מקדמי חיכוך (מאפיין מאקרוסקופי של החומר) נודעו בהמשך יישומים והכללות במערכות רבות, והוא הפך לאחת מאבני הפינה של הפיזיקה הסטטיסטית.

## 100 שנה לאחר איינשטיין: השלכות על מחקר ושימושים עכשוויים

למרות שחלפה מאה מאז עבודותיהם של איינשטיין ועמיתיו, מהלכים אקראיים עדיין נחקרים בצורה נמרצת במגוון מפתיע של תחומי מדע וטכנולוגיה, ולא רק במדעי הטבע. בחרנו לסכם כאן מספר שימושים לדוגמה.

**פולימרים:** פולימרים הם מולקולות ארוכות וגמישות שנמצאות בטבע בצורה של רב-סוכרים, דניא, חלבונים ועוד. החל מתחילת המאה ה-20 מופקים פולימרים גם כמוצרי לוואי של התעשייה הפטרוכימית ומהווים את הבסיס לכל מוצרי הפלסטיק שכה מאפיינים את החברה בת-ימינו. כל פולימר בנוי מאבני-בסיס (מונומרים) המחוברות בקשר כימי. כאשר



## מהלכים אקראיים ותנועה בראוונית

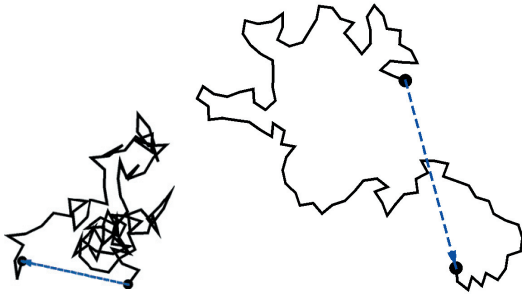
על מנת להסביר את התנועה הבראוונית אפשר לדמיין שיכור הנע ימינה ושמאלה לאורך קו ישר. בכל מרווח זמן  $\Delta t$  הוא מחליט לבצע צעד באורך  $a$  ימינה או שמאלה באופן אקראי. נשאלת השאלה, מהו המרחק האופייני אותו עבר השיכור לאחר  $N$  צעדים? בכל צעד מיקומו של השיכור משתנה ב- $\Delta x = \pm a$ . לאחר  $N$  צעדים מיקומו יהיה:  $X = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_N$ , אך זהו מספר סטטיסטי שיש לו גודל  $+Na$  לבין  $-Na$ . כאשר מספר הצעדים  $N$  גדול מאוד, המרחק הממוצע שמסומן על ידי  $\langle X \rangle$  יהיה אפס, כי אין העדפה לכיוון ימין או שמאל. את סטיית התקן ניתן לקבל מהממוצע של ריבוע הסכום

$$\langle X^2 \rangle = \langle (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_N)^2 \rangle \approx Na^2$$

ולכן סטיית התקן, הנותנת מדד סטטיסטי למרחק האופייני שהשיכור עבר לאחר  $N$  צעדי זמן, היא  $X_0 = \sqrt{\langle X^2 \rangle} \approx \sqrt{Na} a$ . זו תוצאה חשובה האומרת כי המרחק בתהליך אקראי כמו דיפוזיה גדל רק על-פי השורש של מספר הצעדים או, במילים אחרות, לפי שורש הזמן. למרות הפשוט הניכר, גם חלקיקים המבצעים תנועה בראוונית בנוזל (ראה איור 1) מתנהגים באותו האופן. על מנת להמחיש את ההבדל בין דיפוזיה לתנועה במהירות קבועה (ראו איור 2), ניקח חלקיק בגודל מיקרומטר. לאחר מיליון צעדים, כל אחד באורך של מיקרומטר, המרחק האופייני שיעבור החלקיק בתנועה בראוונית יהיה  $X_0 = \sqrt{10^6} \times 10^{-6} \text{ m} = 1 \text{ mm}$ , מילימטר אחד, בעוד שחלקיק שנע במהירות קבועה מיליון צעדים באותו כיוון יתקדם מרחק של  $10^6 \times 10^{-6} \text{ m} = 1 \text{ m}$ , מטר אחד, כלומר מרחק פי 1000 גדול יותר!

## מידת מספר אבוגדרו

יחס איינשטיין מספק דרך למדידה ישירה של מספר אבוגדרו, וזאת עשה Perrin. את מקדם הדיפוזיה  $D$  מחשבים ממדידת הקשר בין המרחק  $X_0$  שעובר החלקיק הבראווני לבין משך תנועתו  $t$ . מקדם החיכוך  $\gamma$  של חלקיק כדורי בעל קוטר ידוע, הנע בנוזל בעל צמיגות ידועה, ניתן לחישוב מתורת הזרימה של נוזלים (נוסחת Stokes). קבוע הגזים  $R$  היה ידוע ממדידות תרמודינמיות. ולכן, קל לראות שבטמפרטורה נתונה  $T$  ניתן לחשב את מספר אבוגדרו על ידי הצבה של כל יתר הגדלים ביחס איינשטיין. בשנת 1908 מצא Perrin שערכו של מספר אבוגדרו הוא  $6.4 \times 10^{23}$ , וכבר ב-1914 תאם הערך הניסויי בדיוק של 4 ספרות את הערך הידוע כיום,  $6.022 \times 10^{23}$ .



איור 5: מימין: דוגמה למהלך אקראי מישורי בן 100 צעדים, שאינו חותך את עצמו, כפי שהתקבל בעזרת מחשב. הסטטיסטיקה של מהלכים כאלה מתארת את התצורות השונות של מולקולת פולימר בתמיסה (איור 3). החץ הכחול מחבר את נקודת ההתחלה עם נקודת הסיום. שינוי לב שוב כמה קטן אורכו של החץ ביחס לאורך המסלול כולו. משמאל: המהלך הבראוני הרגיל מוצג בצד המהלך שאינו חותך את עצמו, באותו קנה-מידה. השוואה בין שני המהלכים מדגימה בבירור כיצד האיסור על חיתוך עצמי "מנפח" משמעותית את המרחב אותו מכסה המהלך האקראי.

**"לראות מולקולה אחת":** איינשטיין ו-Perrin נאלצו להסיק על קיומן ותנועתן של מולקולות בודדות באופן עקיף מתוך תנועתן של חלקיק גדול פי 10,000. בשני העשורים האחרונים ביצע המדע קפיצת מדרגה בתחום המיקרוסקופיה, וכיום ניתן לצפות ישירות במולקולות ובאטומים בודדים, כפי שמודגם בתמונה 6. ניסויים ברמת המולקולה הבודדת מהווים את אחת מחזיתות המחקר העכשוויות בכימיה, פיזיקה, מדע החומרים וביולוגיה. קיימות שיטות שונות לצפות בתהליכים ברמת המולקולה. אחת מהן היא להצמיד למולקולה באופן כימי "תגיית" אותה קל יותר לראות (למשל, תגיית פולטת אור).

באיור 7 מוצגות תוצאות של מחקר שנעשה לאחרונה באוניברסיטת נגויה ביפן על התנועה של מולקולה אחת מתוך המולקולות הליפידיות המרכיבות את קרום התא החי. אפשר להתייחס אל ניסוי זה כאל חזרה על ניסוייו של Perrin, אלא שהפעם מדובר במהלך של מולקולה אחת בקרומית התא! אם משווים תמונה זו לאיור 1 של מהלך בראוני, רואים קווי דמיון ושוני. לאורך זמן של מספר מילישניות (אלפיות השנייה) המולקולה מבצעת מהלך בראוני לכל דבר, ממש כפי שתיאר איינשטיין. אולם מסתבר שקרומית התא היא תווך מורכב יותר מן הנוזל האחד בו ריחפו גרגריהם של Brown ו-Perrin. התנועה הבראונית הפשוטה של המולקולה מוגבלת לאזור בקוטר של מספר עשיריות המיקרומטר. לאחר מספר מילישניות יכולה המולקולה "לדלג" לאזור סמוך ולהמשיך שם את המהלך הבראוני.



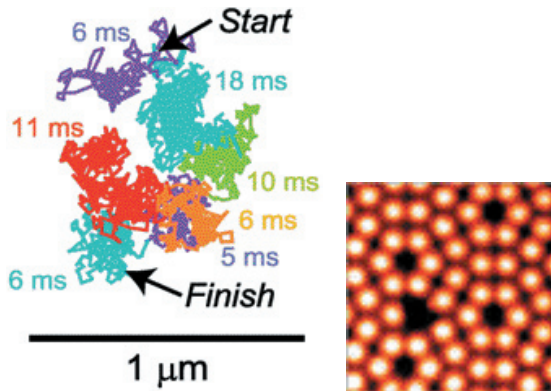
מולקולת הפולימר מומסת בנוזל, היא מתאפיינת בגמישות רבה, וכל תצורה מרחבית שלה נראית כמהלך אקראי (איור 3). מהלך זה דומה למהלך בראוני אך נבדל ממנו בתכונה חשובה: המהלך אינו יכול "לחתוך" את עצמו (self-avoiding walk), משום ששני מונומרים שונים אינם יכולים לתפוס את אותו המקום במרחב.

מניתוח הסטטיסטיקה של "מהלכי" שרשרות הפולימר אפשר ללמוד רבות על תכונות פולימרים, הן עבור השרשרת הבודדת והן עבור חומר פולימרי המכיל מספר רב של שרשרות. אנו נציין כאן שתי תכונות חשובות.

(\* מכיוון ששרשרת הפולימר יכולה להיות ארוכה מאוד (אלפים ואפילו מאות אלפים של יחידות-בסיס) וגמישה, המגוון העצום של תצורות אפשריות של השרשרת (האנטרופיה שלה) מכתוב חלק ניכר מן התכונות הפיזיקליות של החומר. תכונה זו מייחדת פולימרים לעומת חומרים רגילים. למשל, אנו רגילים לכך שחומר מוצק כמו מתכת נהיה פחות קשיח כאשר הוא מתחמם, ולכן קפיץ מתכתי תחת מאמץ של משקולת, למשל, יתארך אם יחומם (ראו איור 4א). לעומת זאת, אם נחליף את הקפיץ בגומייה העשויה מחומר פולימרי, למרבה ההפתעה, הגומייה תתכווץ בחימום (איור 4ב) עקב התקשחות שרשרות הפולימר.

(\* כפי שאפשר לראות מאיור 5, לשרשרת פולימרית שאינה חותכת את עצמה יש גודל "תפוח" יותר מזה של מהלך בראוני בעל אותו אורך מסלול. לתכונות אי-החיתוך העצמי יש השלכות רבות המשנות את התנהגות הפולימר לעומת מהלכים אקראיים רגילים.

**מהלכים אקראיים אנומליים:** עבודתו של איינשטיין על תנועה בראונית פתחה תחום שלם בתורת ההסתברות הדין בתהליכים אקראיים. בעשורים האחרונים מתמקד המחקר בתחום זה, בין השאר, במהלכים אקראיים היוצרים דיפוזיה אנומלית, כלומר, מרחקים הגדלים בקצב מהיר יותר (על-דיפוזיה) או איטי יותר (תת-דיפוזיה) משורש הזמן. ניתן לקבל על-דיפוזיה, למשל, אם הצעדים שעושה השיכור אינם אחידים אלא עשויים להיות גם גדולים מאוד. מהלכים אקראיים כאלה, הנקראים מהלכי Lévy (על שם המהנדס והמתמטיקאי הצרפתי Paul-Pierre Lévy), נצפו, לדוגמה, בצורה בה ציפורים שונות עפות בחפשן אחר מזון. דוגמאות אחרות למהלכים אנומליים נתגלו בתופעות מגוונות כגון תנודות מזג-אוויר, פעפוע דרך סלעים ואי-סדירות בקצב הלב.



איור 7: מהלך אקראי של מולקולה ליפידית אחת בקרומית התא. המולקולה מבצעת תנועה בראונית מישורית בתוך איזור מתוחם למשך מספר מילישניות (אלפיות השנייה) ואז עוברת לאיזור סמוך בקרומית התא. הצבעים מתייחסים לאיזורים השונים. הקו האופקי מציין אורך של מיקרומטר אחד (אלפית המילימטר). נלקח ברשות מ- Annual Review of Biophysics & Biomolecular Structure (2005)

תמונה 6: אטומים בודדים על פני משטח של גביש סיליקון, כפי שצפו במיקרוסקופ מינהור סורק (STM). גודל התמונה הוא 5.4 ננומטר x 5.4 ננומטר.

**"חיים רועשים":** ביולוגיה היא אחד התחומים בהם בולטת במיוחד החשיבות של תנודות ומהלכים אקראיים. תהליכי החיים מחייבים, מצד אחד, ביצוע של משימות מכאניות וכימיות מוגדרות, ומאידך, גמישות, דינאמיות ויכולת לכוונון עדין ותיקון שגיאות. מערכות ביולוגיות עומדות, אפוא, בפני דילמה ביחס לתנודות רועשים אקראיים: הן צריכות להיות עמידות בפניהם כדי שפעולתן לא תופרע על-ידי אי-סדר קיצוני. אולם, בה בעת, עליהן להיות מסוגלות לנצל אותם לצרכיהן, למשל - כדי להעביר מולקולות שונות אל תוך התא ומחוצה לו. כתוצאה מכך, האנרגיה של פעולות הגומלין וחוזק הקשרים בביולוגיה אינם גדולים משמעותית מן האנרגיה התרמית (וכן, רקמות ביולוגיות חיות אינן קשיחות כמתכת או בטון...). ניתן לומר, אפוא, שתהליכי החיים מתנהלים כולם על גבול הרעש התרמי. לדוגמה, הזרמים החשמליים בתאים חיים (במוח, בלב וכדומה) מתבצעים כולם באמצעות דיפוזיה (כלומר, מהלכים אקראיים), תחת שדה חשמלי, של יונים דרך תעלות יוניות סלקטיביות הממוקמות בקרומיות התאים. מכאן ברור, כי ההתפתחות ההדרגתית של הבנתנו מאז מאמרו של איינשטיין, כיצד תכונות ותפקודים מוגדרים קשורים לתהליכים מיקרוסקופיים אקראיים, היא בעלת חשיבות מרכזית להבנת תהליכי יסוד בטבע.

תנודות אקראיות. יתרה מזאת, ככל הנראה הם אף מנצלים את הרעש, על-ידי הכנסת א-סימטריה במהלך האקראי, כדי לבצע את פעולתם ביתר יעילות.

**מהלכים אקראיים בכלכלה, בטכנולוגיה ובתחבורה:** תופעות אינספור בסביבתנו כוללות תנודות סטטיסטיות המזכירות מהלכים אקראיים. דוגמאות מובהקות לכך הן התנודות בשערי מטבע ומניות ובמדדים כלכליים שונים וכן שינויי אקלים על פני משכי זמן שונים. באיור 8 מוצגים, לדוגמה, השינויים במדד Dow Jones של המניות המובילות בבורסת המניות האמריקאית. "צעד הזמן" שנבחר (באופן שרירותי) הוא חודש אחד, ובתרשים ניתן לראות את "המהלך" של ערכי המדד מתחילת חודש אחד למשנהו החל ב-1 בספטמבר 1999 וכלה ב-1 בספטמבר 2005. הדמיון למהלך האקראי של השיכור, בו דנו קודם לכן, ברור. צעד של השיכור ימינה שקול לעלייה במדד וצעד שמאלה - לירידה (או להיפך).

דוגמה נאה מן התקופה האחרונה נוגעת לפעילות אנזימית - הייעול המרשים של תהליך ביוכימי באמצעות מולקולה מתאימה (אנזים). ניסויים בפעולת אנזימים נערכים מזה עשרות שנים. אלה הם ניסויים מאקרוסקופיים המלמדים על הפעולה הממוצעת של מספר עצום של מולקולות אנזים. הם אנלוגיים, לענייננו, לניסוי הבוחן דיפוזיה של מספר חלקיקים עצום בתרחיף מאקרוסקופי. בשנים האחרונות הגיע כאמור המדע ליכולת להתבונן במולקולה בודדת, ובמקרה זה - בפעולתה של מולקולת אנזים בודדת! ניסויים אלה, לפי אותה האנלוגיה, שקולים להתבוננות של Brown או Perrin בתנועתו של גרגר בודד. התברר כי מולקולת האנזים הבודדת נמצאת בסביבה רועשת ביותר, ופעולתה הכימית מתבצעת במעין מהלך אקראי של מיתוג on/off.

מובן כי מהלכים דוגמת זה של מדד Dow Jones מורכבים בהרבה ממהלך בראוני פשוט ורחוקים מלהיות אקראיים לגמרי. עם זאת, כבר בתחילת המאה ה-20, חמש שנים לפני מאמרו של איינשטיין, הצביע המדען הצרפתי Louis Bachelier על האפשרות לנתח שינויי שער בשוק ההון כמהלכים אקראיים. 70 שנה מאוחר יותר הציגו האמריקנים Robert Merton, Fischer Black, Myron Scholes מודל המנתח שערי מניות כמהלך אקראי הקרוי תנועה בראונית גיאומטרית. למודל זה נמצאו יישומים רבים, ו-Scholes ו-Merton זכו בעבורו בפרס נובל לכלכלה לשנת 1997. חברות

דוגמה אחרת המרכזת מאמץ מדעי רב בעת האחרונה היא מנועים מולקולריים - צברים מולקולריים המבצעים פעולות מכאניות שונות הכרחיות לתפקוד התא החי. מצד אחד, אלה הם אכן "מנועים", במובן זה שהם צורכים "דלק" (אנרגיה כימית בצורת מולקולות ATP) כדי לבצע עבודה מכאנית. מצד שני, שלא כמו מנועים מאקרוסקופיים, הם פועלים בסביבה מלאת

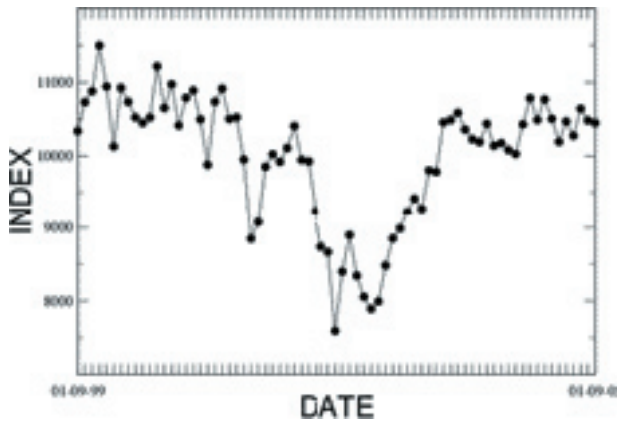






מאה שנה למהפכה

איור 8: "מהלך" של מדד Dow-Jones. כל נקודה מייצגת את ערך המדד בראשית החודש, החל מה-1 בספטמבר 1999 ועד ה-1 בספטמבר 2005. חברות השקעות וניתוח כלכלי משתמשות כיום בטכניקת סימולציה הקרויה דינמיקה בראונית כדי לנתח "מהלכים" שכאלה.



## לקריאה נוספת

- Einstein, A., Investigations on the Theory of Brownian Movement, Dover, 1956. Edited by R. Furth.
- ספר זה מכיל את מאמריו של איינשטיין על תנועה בראונית, מתורגמים לאנגלית, וכן הערות רבות של העורך.
- Pais, M., Subtle is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein, Oxford, 1982.
- הביורגרפיה האולטימטיבית של איינשטיין. הספר מכיל הן ניתוח מדעי והן סקירה היסטורית על מכלול עבודותיו של איינשטיין.
- Stachel, J., "Einstein's Miraculous Year", Princeton, 1998.
- ספר המנתח את חמשת מאמריו המהפכניים של איינשטיין מ-1905.
- Lindley, D., Boltzmann's Atom: The Great Debate that Launched a Revolution in Physics, Free Press, 2001.
- לקריאה נוספת על מהפכת הפיזיקה הסטטיסטית והמחלוקת סביבה.
- המחשת גיאווה המראה חלקיק בראוני בתווך של חלקיקים קטנים המתנגשים בו ללא הרף. ניתן לשלוט על מספר החלקיקים המתנגשים ועל גודלם היחסי.
- <http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/gas2D/gas2D.html>
- המחשת גיאווה נוספת
- [http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more\\_stuff/Applets/brownian/brownian.html](http://galileo.phys.virginia.edu/classes/109N/more_stuff/Applets/brownian/brownian.html)
- אתר של פרס נובל בפיזיקה לשנת 1926. מכיל את הביורגרפיה של PERRIN ואת הרצאת הנובל שלו המסכמת את ההוכחות לקיום העולם האטומי.
- <http://nobelprize.org/physics/laureates/1926/index.html>

הכותבים מודים לד"ר נח ברוש, ד"ר דניאל הריז, פרופ' שלמה הבלין, פרופ' יעקב קליין, פרופ' יוסי קלפטר, ד"ר איתן קצב, פרופ' שמעון רייך, פרופ' זאב שוש וד"ר מרק שטיין על עזרתם והערותיהם המועילות.

ד"ר חיים דימנט הוא חבר סגל בביה"ס לכימיה ופרופ' דוד אנדלמן בביה"ס לפיזיקה ואסטרונומיה באוניברסיטת תל אביב. מחקריהם כוללים תופעות פיזיקליות בחומרים

השקעות וניתוח כלכלי משתמשות בשנים האחרונות יותר ויותר בכלי ניתוח השוואים השראה מתנועת החלקיקים של בראון ומתבססים על טכניקה של סימולציה ממוחשבת הנקראת דינמיקה בראונית.

לתורה של מהלכים ואותות אקראיים יש גם יישומים טכנולוגיים רבים. דוגמה מובהקת מעולם התקשורת האופטית היא תופעה הנקראת PMD (Polarization Mode Dispersion). כאשר אות מתקדם בסיב אופטי, הוא צובר עיוות הנובע מפגמים קלים בלתי נמנעים במבנה הסיב. צבירת העיוות היא תהליך אקראי המציית לאותם חוקים מתמטיים אותם ניסח איינשטיין עבור המהלך הבראוני.

ודוגמה אחרונה קשורה למודלים של תנועת מכוניות. כולנו מכירים את התופעה של מעבר חד בין תנועה איטית אך זורמת של מכוניות לבין היווצרות פקק תנועה. גם כאן ישנם יחסי גומלין מורכבים בין זרימת התנועה בכיוון מוגדר לבין משתנים אקראיים המאפיינים את התנהגותו של כל נהג ונהג.

## אפילוג

במאמרו המהפכני מ-1905 הראה איינשטיין כיצד ניתן להסיק מתהליך מזוסקופי (תנועה של חלקיק אבקת פרחים) על תהליכים מיקרוסקופיים (תנועה של מולקולות נוזל), ובכך להכריע את המחלוקת סביב נכונותה של התמונה האטומית ותקפותה של הפיזיקה הסטטיסטית. בעשורים האחרונים אנו עדים יותר ויותר למחקרים שכייוונם הפוך, בבחינת "תנועה חזרה אל אבקת הפרחים": כיצד ניתן להסיק ולנבא מתוך ידיעותינו ההולכות ורבות על אודות התהליכים האקראיים המתרחשים ברמה המולקולרית את התנהגותן של מערכות גדולות ומורכבות, כגון התא החי, האורגניזם, האטמוספירה, או שוק המניות.

למרות שמהפכתו השלישית של איינשטיין ידועה פחות בציבור, היו לה, ויש לה עדיין, השלכות מרחיקות לכת על המדע ועל יישומים רבים בחיי היומיום. על כן, ניתן אולי לומר בפרספקטיבה של מאה שנה, כי היתה למהפכה זו השפעה נרחבת יותר מאשר שתי המהפכות האחרות שחולל איינשטיין. עם הזמן נבעה ממנה תפישת עולם חדשה שבה האקראיות ממלאת תפקיד מרכזי. נסיים בציטוט ממאמרו של Mark Haw שהתפרסם בינואר השנה בירחון Physics World בנושא דומה: "התנועה הבראונית היתה מהפכה איטית אך מעמיקה יותר - לא התקפה חזיתית אלא מהלך אקראי אל תוך עתיד נרחב ומפתיע".